

Σύγκριση συχνοτήτων κατηγοριών: Το στατιστικό κριτήριο χ^2

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

9

- 9.1.** ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ
- 9.2.** ΕΙΣΑΓΩΓΗ
- 9.3.** ΤΟ χ^2 ΓΙΑ ΜΙΑ ΠΟΙΟΤΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ
 - 9.3.1.** Ένα ερευνητικό παράδειγμα
 - 9.3.2.** Υπολογισμός του χ^2
για μία μεταβλητή στο SPSS
 - 9.3.3.** Υπολογισμός του χ^2
για μία μεταβλητή στο R
 - 9.3.4.** Παρουσίαση των αποτελεσμάτων
του κριτηρίου χ^2
για μία ποιοτική μεταβλητή
 - 9.3.5.** Το κριτήριο καλής προσαρμογής
και η κανονική κατανομή
 - 9.3.6.** Μονόπλευρος ή αμφίπλευρος έλεγχος;
- 9.4.** ΤΟ χ^2 ΓΙΑ ΔΥΟ ΠΟΙΟΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
 - 9.4.1.** Ένα ερευνητικό παράδειγμα
 - 9.4.2.** Υπολογισμός του χ^2
για τον έλεγχο ανεξαρτησίας
δύο μεταβλητών στο SPSS
 - 9.4.3.** Υπολογισμός του χ^2
για τον έλεγχο ανεξαρτησίας
δύο μεταβλητών στο R
 - 9.4.4.** Παρουσίαση των αποτελεσμάτων
του κριτηρίου χ^2
για δύο ποιοτικές μεταβλητές
 - 9.4.5.** Η περίπτωση των δύο μεταβλητών
με δύο κατηγορίες (2×2)
 - 9.4.6.** Η κατάτμηση του χ^2
- 9.5.** ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ χ^2
- 9.6.** Η ΚΛΗΡΟΝΟΜΙΑ ΤΟΥ YATES:
ΝΑ ΔΙΟΡΘΩΣΟΥΜΕ Ή ΟΧΙ;
- 9.7.** Η ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ χ^2
ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

- ✓ ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ
- ✓ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ
- ✓ ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΟΙ
- ✓ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Με την ολοκλήρωση αυτού του κεφαλαίου, θα είστε σε θέση:

- να χρησιμοποιείτε το στατιστικό κριτήριο χ^2 για την επεξεργασία ποιοτικών δεδομένων,
- να κατανοείτε τη διάκριση μεταξύ του χ^2 ως ελέγχου καλής προσαρμογής μιας ποιοτικής μεταβλητής και ως ελέγχου της ανεξαρτησίας δύο ποιοτικών μεταβλητών,
- να γνωρίζετε τις προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούν τα ερευνητικά δεδομένα για την εφαρμογή του κριτηρίου,
- να υπολογίσετε το κριτήριο στο SPSS και στο R, και
- να ερμηνεύετε τα ευρήματα από την εφαρμογή του στατιστικού κριτηρίου.

9.1. Προϋποθέσεις για τη χρήση του κριτηρίου

Στον παρακάτω πίνακα, παρουσιάζονται οι βασικές προϋποθέσεις για τη χρήση του συγκεκριμένου στατιστικού κριτηρίου. Οι προϋποθέσεις αυτές αναφέρονται στο *είδος του ερευνητικού ερωτήματος* (π.χ., αναζητούμε να μελετήσουμε διαφορές μέσων όρων ή συσχέτιση μεταξύ δύο μεταβλητών), στην *κλίμακα μέτρησης* της/των μεταβλητής/τών (π.χ., εάν είναι κατηγορική, ιεραρχική, ίσων διαστημάτων ή αναλογική), και στον *ερευνητικό σχεδιασμό* (π.χ., εάν είναι εξαρτημένων ή ανεξάρτητων δειγμάτων). Ο πίνακας αυτός θα εμφανίζεται

στην αρχή κάθε νέου στατιστικού κριτηρίου που παρουσιάζουμε, για να βοηθήσουμε τον αναγνώστη να κατανοήσει πότε χρησιμοποιούμε κάποιο στατιστικό κριτήριο, καθώς ανάλογα με τις απαντήσεις σε αυτά τα τρία ερωτήματα διαφοροποιούνται και τα στατιστικά κριτήρια που είναι κατάλληλα για χρήση. Προφανώς, υπάρχουν και άλλες προϋποθέσεις (πιο στατιστικού χαρακτήρα) που θα πρέπει να διασφαλίζονται ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ορθά ένα στατιστικό κριτήριο. Αυτές, όμως, τις προϋποθέσεις θα τις παρουσιάσουμε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην ενότητα όπου γίνεται η αναφορά στο κάθε κριτήριο.

Διαφορές ή συσχέτιση:	Διαφορές
Κλίμακα μέτρησης:	Κατηγορική
Σχεδιασμός:	Ανεξάρτητα δείγματα
Σημείωση:	Τα δεδομένα πρέπει να έχουν τη μορφή συχνοτήτων. Παρότι ενδιαφερόμαστε για τις διαφορές στην επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής, το τεστ ουσιαστικά εξετάζει τη σχέση μεταξύ των κατηγοριών στις στήλες και τις γραμμές ενός πίνακα.

9.2. Εισαγωγή

Το **στατιστικό κριτήριο χ^2** (χ -τετράγωνο – chi-square) είναι πιθανότατα η δοκιμασία που χρησιμοποιείται συχνότερα για τον έλεγχο υποθέσεων των ερευνών που πραγματοποιούνται από τους κοινωνικούς επιστήμονες. Σε ένα βαθμό, το χ^2 είναι πο-

λύ δημοφιλές λόγω της σχετικής ευκολίας με την οποία ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις για τη χρήση του. Πρόκειται για ένα μη παραμετρικό κριτήριο που δεν απαιτεί καμία υπόθεση για την ακριβή μορφή της κατανομής του πληθυσμού.

Το χ^2 είναι το κατάλληλο κριτήριο για την περίπτωση κατά την οποία τα δεδομένα της έρευνάς

μας είναι ποιοτικά (η κλίμακα μέτρησης που χρησιμοποιήθηκε ήταν κατηγορική). Αυτό σημαίνει ότι δεν χρειάζεται να μετρήσουμε την επίδοση των συμμετεχόντων· αρκεί μόνο να τους εντάξουμε σε μία κατηγορία. Επειδή οι συμμετέχοντες δεν μπορούν να ενταχθούν σε περισσότερες από μία κατηγορίες, το χ^2 είναι κατάλληλο μόνο για προβλέψεις σχετικά με το πόσοι διαφορετικοί συμμετέχοντες θα βρεθούν στην κάθε κατηγορία.

Η δημοτικότητα του χ^2 σχετίζεται, επίσης, με τη χρησιμότητά του σε ένα ευρύτερο φάσμα ερευνητικών καταστάσεων, σε σύγκριση με τα άλλα στατιστικά κριτήρια στα οποία θα αναφερθούμε στο παρόν βιβλίο. Έτσι, αν και το χ^2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην απλή περίπτωση όπου συγκρίνονται οι συχνότητες δύο συνθηκών μιας ποιοτικής μεταβλητής, μπορεί, επίσης, να εφαρμοστεί και σε πιο περίπλοκες ερευνητικές συνθήκες με δύο ποιοτικές μεταβλητές.

Ένα σημείο που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη όταν χρησιμοποιείται το χ^2 , είναι το εξής: Σε όλους τους υπόλοιπους ερευνητικούς σχεδιασμούς ο ερευνητής αποφασίζει πόσους συμμετέχοντες θα έχει σε κάθε ομάδα, οπότε ο αριθμός των μετρήσεων κάθε ομάδας είναι προκαθορισμένος. Ωστόσο, το χ^2 ελέγχει μία εναλλακτική υπόθεση η οποία προβλέπει πόσοι συμμετέχοντες κάθε ομάδας θα βρεθούν σε συγκεκριμένες κατηγορίες. Επομένως, αυτό δεν μπορεί να αποφασιστεί εκ των προτέρων. Η συγκεκριμένη ιδιαιτερότητα επιβάλλει στον ερευνητή να χρησιμοποιήσει πολλούς συμμετέχοντες προκειμένου να εξασφαλίσει ότι ένας ικανός αριθμός από αυτούς θα βρεθεί στην κάθε κατηγορία. Έτσι, για να υπολογίσουμε τον ελάχιστο αριθμό συμμετεχόντων, μπορούμε να ακολουθήσουμε τον εξής απλό κανόνα: *Για κάθε κατηγορία θα πρέπει να έχουμε περίπου 20 συμμετέχοντες*. Όσο και αν ο εν λόγω αριθμός φαίνεται μεγάλος, στη συνέχεια του κεφαλαίου θα διαπιστώσουμε ότι αυτός είναι ο καλύτερος τρόπος για να εξασφαλίσουμε πως θα πληρούνται μία από τις πιο σημαντικές προϋποθέσεις για την εφαρμογή του κριτηρίου αυτού.

Το χ^2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ερμηνεύσει τη συχνότητα κατηγοριών που προέρχονται μόνο από μία ποιοτική μεταβλητή (χ^2 ως **κριτήριο καλής προσαρμογής ή καταλληλότητας** - Chi-square as a 'goodness-of-fit' test) ή από δύο ποιοτικές μεταβλητές (χ^2 ως **κριτήριο ανεξαρτησίας** - Chi-square as a test of independence). Παρά το γε-

γονός ότι η ίδια στατιστική δοκιμασία χρησιμοποιείται και στις δύο περιπτώσεις, οι ερευνητικές υποθέσεις που διατυπώνονται και ελέγχονται καθώς και ο τρόπος με τον οποίο το χ^2 εφαρμόζεται είναι διαφορετικά. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο τα διαπραγματευόμαστε ξεχωριστά στη συνέχεια του κεφαλαίου.

9.3. Το χ^2 για μία ποιοτική μεταβλητή

Η στατιστική δοκιμασία χ^2 για μία ποιοτική μεταβλητή εξετάζει, στην ουσία, αν υπάρχει διαφορά μεταξύ των δεδομένων που έχουν συλλεχθεί κατά τη διάρκεια της έρευνας (**πραγματικές συχνότητες** - observed frequencies) και αυτών που θα περιμέναμε να εμφανιστούν αν ίσχυε η μηδενική υπόθεση (**αναμενόμενες συχνότητες** - expected frequencies). Αυτό στην πράξη σημαίνει ότι, αν οι πραγματικές συχνότητες είναι τυχαίες, θα πρέπει να πλησιάζουν αρκετά τις αναμενόμενες συχνότητες. Το χ^2 αντανakλά το μέγεθος των διαφορών μεταξύ των πραγματικών και των αναμενόμενων συχνοτήτων. Όσο μεγαλύτερη είναι η εν λόγω διαφορά, τόσο πιθανότερο είναι να προκύψει στατιστικώς σημαντικό αποτέλεσμα. Το χ^2 υπολογίζεται με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$\chi^2 = \sum \frac{(\Pi - A)^2}{A},$$

όπου

Π = η πραγματική συχνότητα κάθε κατηγορίας και
 A = η αναμενόμενη συχνότητα κάθε κατηγορίας.

Μία προσεχτική μελέτη του παραπάνω τύπου θα καταστήσει σαφές γιατί είναι κατάλληλος για την εξέταση του θέματος που μας απασχολεί. Στον αριθμητή μετράται το τετράγωνο της απόστασης μεταξύ των δύο συχνοτήτων (αυτής που παρατηρήθηκε και της αναμενόμενης). Επομένως, όσο μεγαλύτερες είναι αυτές οι αποστάσεις, τόσο υψηλότερη θα είναι και η τιμή του χ^2 . Ο παρονομαστής παίζει χρήσιμο ρόλο κρατώντας αυτές τις αποστάσεις σε μία προοπτική. Για να γίνει αυτό κατανοητό, ας υποθέσουμε ότι έχουμε δύο περιπτώσεις όπου η διαφορά μεταξύ της πραγματικής και της αναμενόμενης συχνότητας είναι η ίδια. Για παράδειγμα:

$\Pi = 36, A = 21, \Pi - A = 15$
 και $\Pi = 336, A = 321, \Pi - A = 15$

Πλαίσιο 9.1 – Η χ^2 κατανομή

Η χ^2 κατανομή είναι η κατανομή που ορίζεται από τον ακόλουθο τύπο:

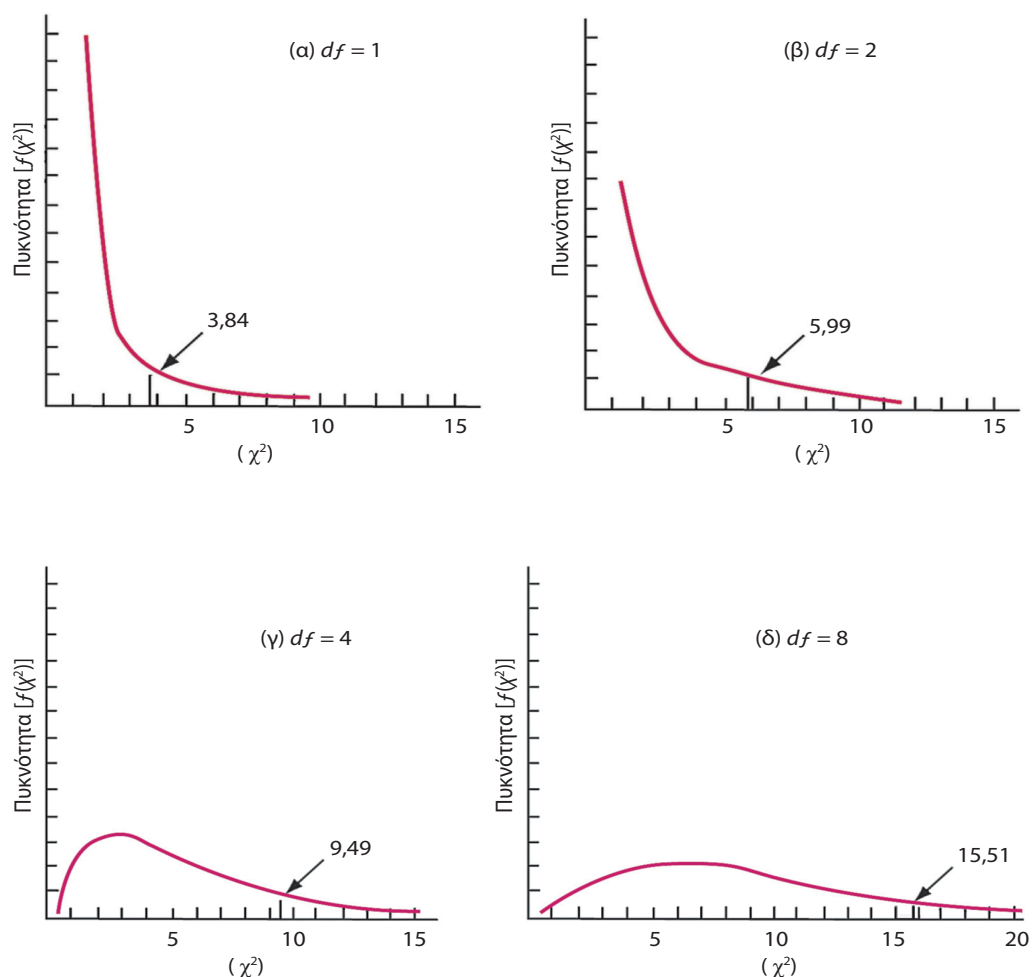
$$f(\chi^2) = \frac{1}{2^{k/2} \Gamma(k/2)} \chi^{2[(k/2)-1]} e^{-(\chi^2)/2}$$

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, είναι μία περίπλοκη συνάρτηση, την οποία δεν πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε σε κανένα σημείο για τον υπολογισμό του στατιστικού κριτηρίου χ^2 . Το μόνο στοιχείο που παρουσιάζει κάποιο ενδιαφέρον είναι ότι η μοναδική παράμετρος του τύπου αυτού είναι το k . Όλα τα σύμβολα έχουν σταθε-

ρές τιμές εκτός από το χ^2 , την τεταγμένη του οποίου θέλουμε να υπολογίσουμε $[f(\chi^2)]$. Περνώντας από τα μαθηματικά στη στατιστική, βλέπουμε ότι η παράμετρος k δηλώνει τους βαθμούς ελευθερίας (df).

Στην εικόνα 9.1 παρουσιάζονται τα διαγράμματα ορισμένων χ^2 κατανομών, καθεμία από τις οποίες αναπαριστά μία διαφορετική τιμή του k . Τα βέλη δηλώνουν τις κρίσιμες τιμές για $\alpha = 0,05$.

Με βάση το παρακάτω σχήμα, είναι προφανές ότι η μορφή της κατανομής αλλάζει σημαντικά ανάλογα με τις αλλαγές στην τιμή του k



ΕΙΚΟΝΑ 9.1 χ^2 κατανομές για $df = 1, 2, 4$ & 8 (Howell, 2013).

και γίνεται πιο συμμετρική όσο αυξάνει η τιμή του k . Ένα άλλο ενδιαφέρον χαρακτηριστικό της συγκεκριμένης κατανομής είναι ότι ο μέσος όρος και η διακύμανση κάθε χ^2 κατανομής

αυξάνουν όσο αυξάνουν οι τιμές του k , με το οποίο και σχετίζονται άμεσα. Συγκεκριμένα, σε όλες τις περιπτώσεις ο μέσος όρος είναι ίσος με το k και η διακύμανση ίση με $2k$.

Παρότι η διαφορά είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις, στη δεύτερη ωστόσο περίπτωση αποδεικνύεται πολύ μικρή, δεδομένου του πλήθους των περιπτώσεων:

$$\frac{(\Pi - A)^2}{A} = \frac{(36 - 21)^2}{21} = 10,71$$

$$\frac{(\Pi - A)^2}{A} = \frac{(336 - 321)^2}{321} = 0,70$$

9.3.1. Ένα ερευνητικό παράδειγμα

Ένας ερευνητής μελετά τον τρόπο με τον οποίο οι φοιτητές οργανώνουν τη μελέτη τους. Επιλέγει τυχαία 120 φοιτητές διαφόρων σχολών και τους ζητά να συμπληρώσουν ένα ερωτηματολόγιο, το οποίο επιτρέπει να καθοριστεί ο τρόπος μελέτης τους. Συγκεκριμένα, η αξιολόγηση των απαντήσεων που δίνονται από τον φοιτητή επιτρέπει στον ερευνητή να κατηγοριοποιήσει τον τρόπο μελέτης του σε: α) μεθοδική (καθημερινή μελέτη), β) ακανόνιστη (περίοδοι εξαιρετικά έντονης μελέτης και περίοδοι χωρίς μελέτη), ή γ) συνδυαστική (συνδυασμός των δύο προηγούμενων). Στον πίνακα 9.1 που ακολουθεί παρουσιάζεται ο αριθμός των συμμετεχόντων σε κάθε κατηγορία.

Το ερώτημα που απασχολεί τον ερευνητή είναι κατά πόσο έχει ανακαλύψει ένα ενδιαφέρον φαινόμενο όσον αφορά στον τρόπο με τον οποίο οι φοιτητές οργανώνουν τη μελέτη τους, ή αν πρόκειται απλώς για τυχαίες διαφορές μεταξύ των τριών κατηγοριών.

Το χ^2 είναι το κατάλληλο στατιστικό κριτήριο, καθώς τα δεδομένα της συγκεκριμένης έρευνας είναι ποιοτικά (η κλίμακα μέτρησης που χρησιμοποιήθηκε είναι κατηγορική), και δι' αυτού συγκρίνεται η πραγματική συχνότητα (Π) κάθε φαινομένου του πίνακα με την αναμενόμενη συχνότητα (A) του ίδιου φαινομένου, προκειμένου να εκτιμηθεί αν αυτές οι διαφορές είναι τυχαίες ή συστηματικές. Με άλλα λόγια, το κριτήριο συγκρίνει τους πραγματικούς αριθμούς των φοιτητών που βρίσκονται σε κάθε κατηγορία με τους αριθμούς των φοιτητών που θα αναμέναμε να βρίσκονται σε κάθε κατηγορία, αν στην πραγματικότητα δεν υπήρχε καμιά διαφορά στον τρόπο μελέτης των φοιτητών.

Στο σημείο αυτό, ας διατυπώσουμε τις υποθέσεις μας:

Μηδενική υπόθεση: Οι συχνότητες των τριών τύπων μελέτης δεν είναι διαφορετικές μεταξύ τους (υπόθεση αμφίπλευρου ελέγχου).

Εναλλακτική υπόθεση: Οι συχνότητες των τριών τύπων μελέτης είναι διαφορετικές μεταξύ τους.

9.3.2. Υπολογισμός του χ^2 για μία μεταβλητή στο SPSS

Τα δεδομένα του ερευνητικού παραδείγματος περιέχονται στο αρχείο chapter9_1.sav¹. Για τον υπολογισμό του χ^2 για μία μεταβλητή στο SPSS, ακο-

1. Στο αρχείο SPSS, η μεταβλητή του τρόπου μελέτης καταχωρίστηκε ως «study».

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.1 Πραγματικές συχνότητες των τρόπων οργάνωσης μελέτης.

Τρόπος μελέτης			Σύνολο
Μεθοδική	Ακανόνιστη	Συνδυαστική	
51	27	42	120

Προσοχή! Δεν πρόκειται για μετρήσεις από τους συμμετέχοντες, αλλά για συχνότητες.

λουθούμε τις παρακάτω εντολές: Από το αρχικό μενού που βρίσκεται στην κορυφή της οθόνης επιλέγουμε [Analyze → Nonparametric Tests → Legacy Dialogs → Chi-square...]. Στο πλαίσιο διαλόγου που θα εμφανιστεί μετακινούμε τη μεταβλητή “Study” στο πλαίσιο [Test Variable List:] και πατάμε [OK]. Στην εικόνα 9.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όπως εμφανίζονται στο SPSS Viewer.

Ο πρώτος πίνακας παρουσιάζει τις πραγματικές (Observed N) και τις αναμενόμενες (Expected N) συχνότητες για καθεμία από τις τρεις κατηγορίες

της μεταβλητής. Το αποτέλεσμα του υπολογισμού του χ^2 περιέχεται στον δεύτερο πίνακα, όπου θα βρούμε και την ακριβή πιθανότητα να έχουν προκύψει τα συγκεκριμένα δεδομένα αν η μηδενική υπόθεση είναι αληθής (Asymp. Sig.).

Κάτω από τον δεύτερο πίνακα υπάρχει μία σημείωση, η οποία μας πληροφορεί ότι «0 φατνία έχουν αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη από 5». Πρόκειται για τον έλεγχο μιας από τις προϋποθέσεις εφαρμογής του κριτηρίου χ^2 . Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με αυτό τον έλεγχο, βλ. στην ενότητα 9.5.

Τρόπος μελέτης

	Observed N	Expected N	Residual
Μεθοδική	51	40,0	11,0
Ακανόνιστη	27	40,0	-13,0
Συνδυαστική	42	40,0	2,0
Total	120		

Test Statistics

	Τρόπος μελέτης
Chi-Square	7,350 ^a
df	2
Asymp. Sig.	,025

a. 0 cells (0,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 40,0.

ΕΙΚΟΝΑ 9.2 Αποτελέσματα του χ^2 για μία ποιοτική μεταβλητή.

9.3.3. Υπολογισμός του χ^2 για μία μεταβλητή στο R

```
# Φορτώνουμε το ακόλουθο πακέτο
library(foreign)

# Διαβάζουμε τα δεδομένα του κεφαλαίου από το αρχείο και τα αποδίδουμε στο πλαίσιο
# δεδομένων ch9.1
ch9.1<-read.spss('chapter9_1.sav', to.data.frame=T)

# Εναλλακτικά, κατασκευή του πλαισίου δεδομένων απευθείας από τις απόλυτες συχνότητες
# των κατηγοριών της μεταβλητής
ch9.1<-data.frame(meleti=as.factor(c(rep("Μεθοδική",51),rep("Ακανόνιστη",27),
rep("Συνδυαστική",42))))

# Βασικός έλεγχος του πλαισίου δεδομένων
str(ch9.1)
```

summary(ch9.1)

Πίνακας συχνοτήτων της μοναδικής μεταβλητής του πλαισίου
table(ch9.1)->t1

Απευθείας υπολογισμός του κριτηρίου χ^2 χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση chisq.test
chisq.test(table(ch9.1))

9.3.4. Παρουσίαση των αποτελεσμάτων του κριτηρίου χ^2 για μία ποιοτική μεταβλητή

Μετά την ολοκλήρωση των υπολογισμών και τον έλεγχο των υποθέσεων, προχωρούμε στη στατιστι-

κή παρουσίαση και στην ερμηνεία του αποτελέσματος που βρήκαμε. Σύμφωνα, λοιπόν, με τα πρότυπα παρουσίασης της 7ης έκδοσης του εγχειριδίου δημοσιεύσεων (Publication Manual) της American Psychological Association (APA), το αποτέλεσμα από την παραπάνω ανάλυση διατυπώνεται ως εξής:

Αναφορά αποτελεσμάτων σύμφωνα με τα πρότυπα παρουσίασης του Εγχειριδίου Δημοσιεύσεων της Αμερικανικής Ψυχολογικής Εταιρείας (APA, 7η έκδοση)

Για να διαπιστώσουμε εάν υπάρχει συστηματικός τρόπος με τον οποίο οι φοιτητές οργανώνουν τη μελέτη τους, εφαρμόστηκε το χ^2 ως κριτήριο καλής προσαρμογής. Το αποτέλεσμα της ανάλυσης έδειξε ότι πρέπει να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση [$\chi^2(2) = 7,35, p = 0,025$]. Συμπερασματικά, τα ευρήματα είναι επαρκή για να υποστηρίξουν την υπόθεση ότι οι φοιτητές διαφόρων σχολών χρησιμοποιούν συστηματικά έναν τρόπο μελέτης περισσότερο από κάποιους άλλους.

9.3.5. Το κριτήριο καλής προσαρμογής και η κανονική κατανομή

Το κριτήριο καλής προσαρμογής χρησιμοποιείται προκειμένου να αποφασίσουμε αν ένα μεγάλο δείγμα προσεγγίζει τη μορφή της κανονικής κατανομής ή όχι. Στην περίπτωση αυτή οι αναμενόμενες συχνότητες υπολογίζονται με βάση τον πίνακα 1 (Πίνακες Κρίσιμων Τιμών), ο οποίος δείχνει το ποσοστό ενός κανονικά κατανεμημένου πληθυσμού που κυμαίνεται μεταξύ δύο τυπικών τιμών. Για παράδειγμα, σε μία κανονική κατανομή περιμένουμε ότι περίπου το 34% όλων των τιμών θα περιλαμβάνεται μεταξύ του μέσου όρου και μιας τυπικής απόκλισης ($z = \pm 1$), όπως επίσης ένα 13,6% θα περιλαμβάνεται μεταξύ μιας και δύο τυπικών αποκλίσεων από τον μέσο όρο (μεταξύ $z = \pm 1$ και $z = \pm 2$ · βλ. Κεφάλαιο 7). Το κριτήριο καλής προσαρμογής συγκρίνει τα ποσοστά της κατανομής των τιμών του δείγματός μας (πραγματικές συχνότητες) με αυτά τα ιδανικά ποσοστά που παίζουν τον ρόλο των αναμενόμενων συχνοτήτων.

9.3.6. Μονόπλευρος ή αμφίπλευρος έλεγχος;

Έχει γίνει ήδη εκτενής αναφορά στη σημασία που έχει η απόφαση για τη διεξαγωγή μονόπλευρου ή αμφίπλευρου ελέγχου της υπόθεσής μας (Κεφάλαιο 8). Ωστόσο, στην περίπτωση του χ^2 αυτή η διαφοροποίηση δεν είναι συνήθως προφανής. Ορισμένοι συγγραφείς (π.χ., Dancey & Reidy, 2020. Robson, 1994) υποστηρίζουν ότι το χ^2 είναι πάντα μονόπλευρο, επειδή η δειγματοληπτική κατανομή του χ^2 είναι πάντοτε θετική (οι τιμές του χ^2 βασίζονται σε τετράγωνα διαφορών, επομένως είναι πάντοτε θετικές). Άλλοι πάλι ισχυρίζονται ότι το χ^2 είναι πάντοτε αμφίπλευρο, διότι δεν είναι δυνατόν να δηλώσουμε κατεύθυνση στην υπόθεσή μας.

Παρά το γεγονός ότι η συζήτηση αυτή είναι μάλλον ακαδημαϊκή, στόχος μας εδώ είναι να δείξουμε μία από τις πιο σημαντικές αδυναμίες του χ^2 . Έτσι, στα δεδομένα του πίνακα 9.1, οι τρεις διαφορετικοί τρόποι μελέτης θα μπορούσαν να δημιουργήσουν έξι συνδυασμούς με τις τρεις συχνότητες

που παρατηρήθηκαν (27, 42, 51), χωρίς να υπάρξει καμιά διαφοροποίηση στην τιμή του χ^2 . Αυτό σημαίνει ότι, αν στη βάση μιας συγκεκριμένης θεωρίας θέλαμε να ελέγξουμε μία συγκεκριμένη μηδενική υπόθεση (ένα συγκεκριμένο συνδυασμό των τριών συχνοτήτων), θα είχαμε μία πιθανότητα στις έξι το αποτέλεσμα να είναι σύμφωνο με την πρόβλεψή μας. Ωστόσο, σε μία τέτοια περίπτωση και εφόσον το αποτέλεσμα (ο συνδυασμός των συχνοτήτων) δεν ήταν σύμφωνο με την πρόβλεψή μας, θα έπρεπε να δεχτούμε τη μηδενική υπόθεση (ακόμη και αν η τιμή του χ^2 ήταν πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη κρίσιμη τιμή).

Από την άλλη πλευρά, υπάρχει μία περίπτωση κατά την οποία είναι απολύτως ασφαλές να πραγματοποιήσουμε μονόπλευρο έλεγχο της υπόθεσής μας. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι ζητούμε από 50 φοιτητές να επιλέξουν μεταξύ δύο τρόπων μελέτης (π.χ., μεθοδικής και ακανόνιστης) και ότι παίρνουμε τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον πίνακα 9.2. Στην περίπτωση αυτή ο ερευνητής διατυπώνει την εναλλακτική υπόθεση ότι οι περισσότεροι φοιτητές θα επιλέξουν τον μεθοδικό τρόπο μελέτης (μονόπλευρος έλεγχος).

Αν οι φοιτητές απαντούσαν τυχαία, θα περιμέναμε ότι οι μισοί θα επέλεγαν τον έναν τρόπο μελέτης και οι υπόλοιποι μισοί τον άλλο. Επομένως, οι αναμενόμενες συχνότητες και για τα δύο φαινία θα ήταν 25. Ο υπολογισμός του χ^2 γίνεται όπως ακριβώς και παραπάνω. Η τιμή του χ^2 στην περίπτωση αυτή θα είναι 23,12 και οι βαθμοί ελευθερίας $df=1$. Ο πίνακας κρίσιμων τιμών του χ^2 δείχνει ότι η συγκεκριμένη τιμή είναι μεγαλύτερη ακόμη και από την κρίσιμη τιμή σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας $\alpha = 0,005$ (6,64) για μονόπλευρο έλεγχο. Πρόκειται, δηλαδή, για μία διαφορά η οποία είναι ελάχιστα πιθανόν να προέκυψε τυχαία².

2. Για μία πιο διεξοδική συζήτηση σχετικά με το συγκεκριμένο θέμα, βλ. Howell (2013) ή Delucchi (1983).

9.4. Το χ^2 για δύο ποιοτικές μεταβλητές

Το στατιστικό κριτήριο χ^2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί, κατά δεύτερον, ως στατιστικό κριτήριο για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας μεταξύ δύο ποιοτικών μεταβλητών. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί, δηλαδή, για να εξετάσουμε αν δύο μεταβλητές που διασταυρώνονται σε έναν πίνακα διπλής εισόδου είναι ανεξάρτητες ή αλληλεξαρτώνται και αν οι συχνότητες των διαφόρων κατηγοριών μπορούν να προκύψουν τυχαία ή είναι συστηματικές, αντίστοιχα.

9.4.1. Ένα ερευνητικό παράδειγμα

Ας υποθέσουμε ότι ένας ερευνητής θέλει να ελέγξει αν μία μέθοδος διδασκαλίας είναι αποτελεσματικότερη από τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας. Για τον σκοπό αυτό επιλέγει δύο τμήματα (ισοδύναμα ως προς τις νοητικές ικανότητες και τις σχολικές επιδόσεις των μαθητών) μιας τάξης ενός σχολείου και ζητάει από έναν δάσκαλο να διδάξει στο πρώτο τμήμα (το οποίο αποτελείται από 44 μαθητές) ένα γνωστικό αντικείμενο με τη νέα μέθοδο διδασκαλίας, και στο δεύτερο τμήμα (που αποτελείται από 42 μαθητές) το ίδιο γνωστικό αντικείμενο χρησιμοποιώντας την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας.

Μετά την ολοκλήρωση της διδασκαλίας στα δύο τμήματα, ο ερευνητής υποβάλλει τους μαθητές και των δύο τμημάτων στην ίδια γραπτή δοκιμασία για τον έλεγχο της κατανόησης του γνωστικού αντικείμενου που διδάχτηκαν. Η γραπτή αυτή δοκιμασία δίνει στον ερευνητή τη δυνατότητα να κατηγοριοποιήσει την επίδοση των μαθητών σε: α) χαμηλή, β) μέτρια ή γ) υψηλή. Στον **πίνακα διπλής εισόδου ή διασταύρωσης** (contingency table) που ακολουθεί (πίνακας 9.3) παρουσιάζονται οι αριθμοί (οι απόλυτες συχνότητες) των μαθητών κάθε τμήματος που ανήκουν σε καθεμία από τις τρεις αυτές κατηγορίες.

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.2 Πραγματικές συχνότητες των τρόπων οργάνωσης μελέτης.

Μεθοδική μελέτη	Ακανόνιστη μελέτη	Σύνολο
42	8	50

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.3 Η επίδοση των μαθητών των δύο τμημάτων.

Μέθοδος διδασκαλίας	Επίδοση των μαθητών			Σύνολο
	Χαμηλή	Μέτρια	Υψηλή	
Νέα μέθοδος	6	15	23	44
Παραδοσιακή μέθοδος	10	8	24	42
Σύνολο	16	23	47	86

Προσοχή! Δεν πρόκειται για μετρήσεις που πήραμε από τους συμμετέχοντες, αλλά για συχνότητες.

Οι πραγματικές συχνότητες μας είναι ήδη γνωστές (είναι οι αριθμοί των μαθητών οι οποίοι συμπεριλαμβάνονται σε καθένα από τα τρία επίπεδα επίδοσης που αναφέρθηκαν παραπάνω). Οι αναμενόμενες συχνότητες όμως πρέπει να υπολογιστούν από τους συνολικούς αριθμούς των μαθητών κάθε

τάξης και από τους συνολικούς αριθμούς κάθε επιπέδου επίδοσης (οι οποίοι παρουσιάζονται στην τελευταία στήλη και στην τελευταία γραμμή του πίνακα 9.3). Στο πλαίσιο 9.2 παρουσιάζεται τόσο η λογική όσο και η διαδικασία υπολογισμού των αναμενόμενων συχνοτήτων.

Πλῆαισιο 9.2 – Υπολογισμός των αναμενόμενων συχνοτήτων

Είναι πολύ εύκολο για κάποιον να κάνει λάθος καθώς υπολογίζει τις αναμενόμενες συχνότητες. Στην ερώτηση «Τι είναι οι αναμενόμενες συχνότητες;» πολλοί απαντούν ότι είναι «αυτό που περιμένει ο ερευνητής», ή κάτι παρόμοιο. Στην πραγματικότητα όμως, οι αναμενόμενες συχνότητες είναι το αντίθετο από εκείνο που ο ερευνητής (συχνά) θέλει να συμβεί· είναι αυτό που θα περιμέναμε να συμβεί αν ίσχυε η μηδενική υπόθεση.

Προτού προχωρήσουμε στον υπολογισμό

των αναμενόμενων συχνοτήτων για το παράδειγμά μας, ας μελετήσουμε για λίγο τη λογική τους χρησιμοποιώντας ένα παράδειγμα. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι 200 φοιτητές ρωτήθηκαν για τις θρησκευτικές πεποιθήσεις τους και στη συνέχεια για την άποψή τους σχετικά με τις εκτρώσεις. Η ερευνητική υπόθεση είναι ότι υπάρχει σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών (θρησκευτικής πίστης και στάσης έναντι των εκτρώσεων). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 9.4α.

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.4α Πραγματικές συχνότητες.

Στάση έναντι των εκτρώσεων	Μη θρησκευόμενοι	Θρησκευόμενοι	Σύνολο
Αρνητική	20	100	120
Θετική	40	40	80
Σύνολο	60	140	200

Προσέξτε ότι από τους 200 φοιτητές που ρωτήθηκαν οι 120 έχουν αρνητική στάση (60%) απέναντι στις εκτρώσεις και οι 80 θετική (40%). Στατιστικά, εφόσον το 40% από τους συνολικά 200 ερωτηθέντες απάντησε ότι έχει θετική στάση απέναντι στις εκτρώσεις, θα περιμέναμε ότι το ίδιο ποσοστό των θρησκευόμενων και των μη θρησκευόμενων θα απαντούσε το ίδιο, αν δεν υπήρχε καμιά σχέση μεταξύ της στάσης έναντι των εκτρώσεων και των θρησκευτικών πεποιθήσεων του φοιτητή (με άλλα λόγια, αν οι δύο μεταβλητές ήταν ανεξάρτητες). Αντίστοιχα, θα πε-

ριμέναμε το υπόλοιπο 60% και των δύο ομάδων να δηλώσει αρνητική στάση έναντι των εκτρώσεων. Έτσι, λοιπόν, οι αναμενόμενες συχνότητες θα ήταν οι ακόλουθες:

Μη θρησκευόμενοι με θετική στάση έναντι των εκτρώσεων: $60 \times 40\% = 24$ φοιτητές

Θρησκευόμενοι με θετική στάση έναντι των εκτρώσεων: $140 \times 40\% = 56$ φοιτητές

Μη θρησκευόμενοι με αρνητική στάση έναντι των εκτρώσεων: $60 \times 60\% = 36$ φοιτητές

Θρησκευόμενοι με αρνητική στάση έναντι των εκτρώσεων: $140 \times 60\% = 84$ φοιτητές

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.4β Αναμενόμενες συχνότητες.

Στάση έναντι των εκτρώσεων	Μη θρησκευόμενοι	Θρησκευόμενοι	Σύνολο
Αρνητική	36	84	120
Θετική	24	56	80
Σύνολο	60	140	200

Αν συμφωνείτε με αυτό το σκεπτικό, τότε στην πραγματικότητα έχετε ήδη χρησιμοποιήσει τον τύπο για τον υπολογισμό των αναμενόμενων συχνοτήτων:

$$A = \frac{\Gamma \times \Sigma}{T},$$

όπου

Γ = το σύνολο των συχνοτήτων της αντίστοιχης γραμμής,

Σ = το σύνολο των συχνοτήτων της αντίστοιχης στήλης, και

T = το σύνολο των συχνοτήτων όλων των φαινών.

Αν οι πραγματικές συχνότητες είναι τυχαίες, θα πρέπει να πλησιάζουν αρκετά τις αναμενόμενες συχνότητες. Το χ^2 αντανάκλα το μέγεθος των διαφορών μεταξύ των πραγματικών και των αναμενόμενων συχνοτήτων. Όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η διαφορά, τόσο πιθανότερο είναι να προκύψει στατιστικώς σημαντικό αποτέλεσμα. Το χ^2 για δύο ποιοτικές μεταβλητές υπολογίζεται με βάση τον ίδιο τύπο με εκείνον που χρησιμοποιήθηκε στην περίπτωση της μιας ποιοτικής μεταβλητής:

$$\chi^2 = \sum \frac{(\Pi - A)^2}{A},$$

Στο σημείο αυτό, ας διατυπώσουμε τις υποθέσεις μας:

Μηδενική υπόθεση: Οι δύο μεταβλητές (επίδοση και μέθοδος διδασκαλίας) είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Με άλλα λόγια, το πλήθος των μαθητών με χαμηλή, μέτρια και υψηλή επίδοση θα είναι ίσο και για τις δύο μεθόδους διδασκαλίας.

Εναλλακτική υπόθεση: Οι δύο μεταβλητές είναι εξαρτημένες (σχετίζονται μεταξύ τους). Δηλαδή, το πλήθος των μαθητών με χαμηλή, μέτρια και υψηλή επίδοση θα είναι διαφορετικό και για τις δύο μεθόδους διδασκαλίας.

9.4.2. Υπολογισμός του χ^2 για τον έλεγχο ανεξαρτησίας δύο μεταβλητών στο SPSS

Τα δεδομένα του προηγούμενου ερευνητικού παραδείγματος περιέχονται στο αρχείο chapter9_2.sav.

** ΣΗΜΕΙΟ ΓΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗ

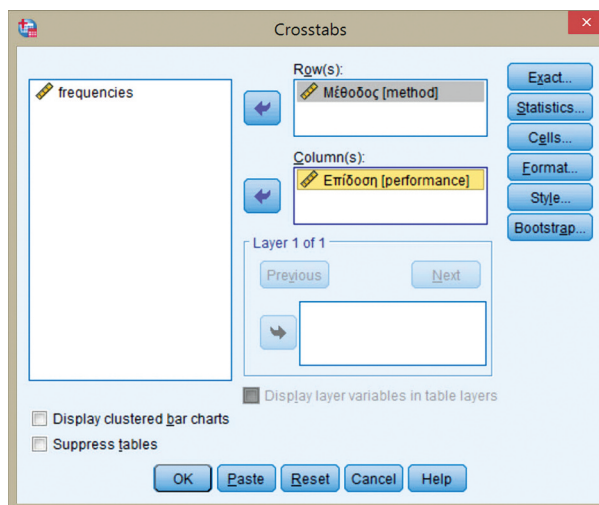
Εναλλακτική μέθοδος καταχώρισης δεδομένων ενός πίνακα διπλής εισόδου στο SPSS

Στον ιστοτόπο του βιβλίου είναι διαθέσιμο και το αρχείο chapter9_3.sav, το οποίο περιέχει ακριβώς τα ίδια δεδομένα καταχωρισμένα με μία δεύτερη μέθοδο: απευθείας από τον πίνακα διπλής εισόδου. Όπως θα διαπιστώσετε, έχουμε δημιουργήσει τρεις μεταβλητές και τόσες γραμμές όσα τα φαντίνια του πίνακα διπλής εισόδου: η πρώτη από τις μεταβλητές (frequencies) περιέχει τις απόλυτες συχνότητες ανά φαντίνι, η δεύτερη (method) τις τιμές της πρώτης ποιοτικής μεταβλητής, και η τρίτη (performance) τις τιμές της δεύτερης ποιοτικής μεταβλητής. Προφανώς, χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή κατά τον συνδυασμό των τιμών των τριών μεταβλητών όταν καταχωρίζουμε τα δεδομένα. Αυτή η μέθοδος είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν θέλουμε να καταχωρίσουμε στο SPSS τα δεδομένα ενός πίνακα διπλής εισόδου με πολλές συχνότητες.

Προσοχή! Για να είναι λειτουργικό ένα τέτοιο αρχείο, θα πρέπει να δηλώσουμε στο λογισμικό ότι η μεταβλητή «frequencies» περιλαμβάνει βάρη (weights), δηλαδή, οι τιμές σε αυτή τη μεταβλητή δεν είναι πραγματικές τιμές αλλά αντανακλούν συχνότητες. Από το αρχικό μενού που βρίσκεται στην κορυφή της οθόνης επιλέγουμε [Data → Weight Cases...], τσεκάρουμε την επιλογή [Weight cases by], μετακινούμε τη μεταβλητή «frequencies» στο πλαίσιο [Frequency Variable:] και πατάμε [OK].

Για τον υπολογισμό του χ^2 για δύο μεταβλητές στο SPSS, ακολουθούμε τις παρακάτω εντολές: Από το αρχικό μενού που βρίσκεται στην κορυφή της οθόνης επιλέγουμε [Analyze → Descriptive Statistics → Crosstabs...]. Στο πλαίσιο διαλόγου που θα εμφανιστεί, μετακινούμε τις μεταβλητές που θα συμπεριλάβουμε στην ανάλυση στα πλαίσια [Row(s):] και [Column(s):]. Συνήθως, προτιμούμε να βάλουμε στο πλαίσιο [Row(s):] τη μεταβλητή με τις πε-

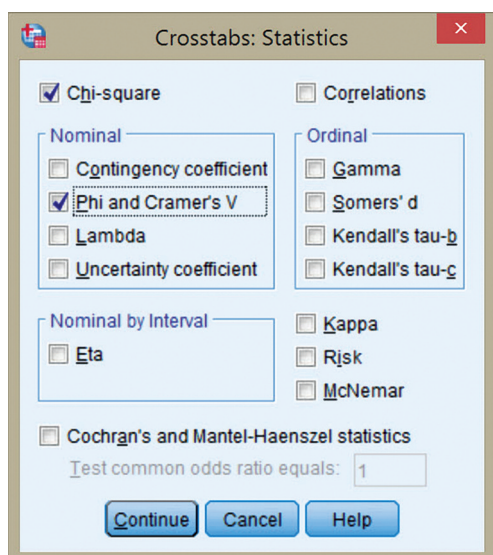
ρισσότερες κατηγορίες, ώστε ο πίνακας διπλής εισόδου που θα προκύψει να εκτείνεται καθ' ύψος και όχι κατά πλάτος. Αντίθετα, εμείς θα μετακινήσουμε τη μεταβλητή «method» στο πλαίσιο [Row(s):] και τη μεταβλητή «performance» στο πλαίσιο [Column(s):] (βλ. εικόνα 9.3), ώστε ο πίνακας που θα προκύψει να είναι παρόμοιος με τον πίνακα 9.3 που έχουμε χρησιμοποιήσει προηγουμένως.



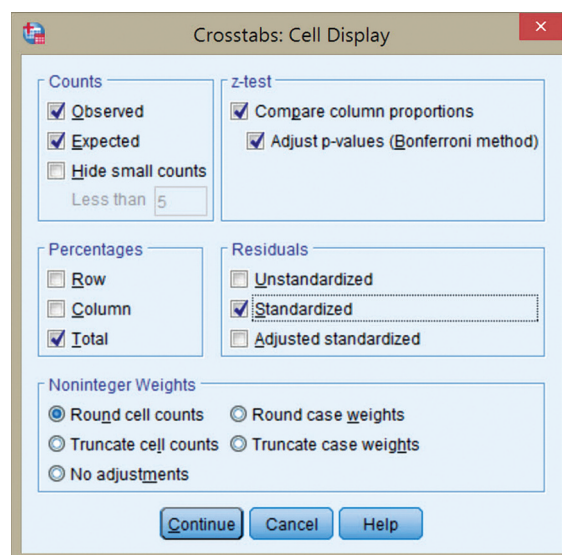
ΕΙΚΟΝΑ 9.3 Πλαίσιο διαλόγου Crosstabs.

Στο δεξιό τμήμα του πλαισίου διαλόγου βρίσκονται τέσσερα κουμπιά, από τα οποία το σημαντικότερο είναι το [Statistics...]. Πρέπει να το πατήσουμε (βλ. εικόνα 9.4) και να επιλέξουμε το [Chi-square], αλλιώς το στατιστικό κριτήριο δεν θα υπολογιστεί. Από τα περιεχόμενα του πλαισίου αυτού προκύπτει ότι μπορούμε να υπολογίσουμε και άλλα κριτήρια εκτός από το χ^2 (π.χ., το ϕ και το Cramer's V)³. Αφού επιλέξουμε το [Phi and Cramer's V], πατάμε το [Continue] για να επιστρέψουμε στην αρχική οθόνη. Από εκεί πατάμε το κουμπί [Cells...] και εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου της εικόνας 9.5.

3. Τόσο το ϕ (Phi) όσο και το Cramer's V είναι συντελεστές εκτίμησης της έντασης (του μεγέθους) της σχέσης μεταξύ των δύο ποιοτικών μεταβλητών. Ο συντελεστής Cramer's V μπορεί να πάρει τιμές μεταξύ 0 και 1, ενώ ο συντελεστής ϕ μπορεί να πάρει τιμή μεγαλύτερη από 1. Στην περίπτωση της ανεξαρτησίας μεταξύ των δύο μεταβλητών, η τιμή των συντελεστών είναι κοντά στο 0.



ΕΙΚΟΝΑ 9.4 Πλαίσιο διαλόγου Crosstabs: Statistics.



ΕΙΚΟΝΑ 9.5 Πλαίσιο διαλόγου Crosstabs: Cell Display.

Όπως βλέπουμε, οι πραγματικές συχνότητες [Observed] είναι προεπιλεγμένες. Μπορούμε να ζητήσουμε τις αναμενόμενες συχνότητες [Expected] ή/και τις σχετικές συχνότητες [Percentages] ή/και τα σφάλματα [Residuals]. Αν επιλέξουμε το [Row] και το [Column] από το πεδίο [Percentages], στον πίνακα διπλής εισόδου που θα κατασκευάσει το SPSS θα εμφανίζονται οι σχετικές συχνότητες επί των γραμμών και επί των στηλών. Τα [Residuals] (σφάλματα) είναι οι διαφορές μεταξύ πραγματικής και αναμενόμενης συχνότητας για καθένα από τα φαινία του πίνακα.

Επιλέγουμε επίσης το [Compare column proportions] και το [Adjust p-values (Bonferroni method)], ώστε να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος z για τη σύγκριση των τιμών των φαινίων στις στήλες του πίνακα.

Αφού ολοκληρώσουμε τις επιλογές μας, πατάμε πάλι [Continue] για να επιστρέψουμε στην αρχική οθόνη. Στην αρχική οθόνη πατάμε [OK] για να εκτελεστεί η ανάλυση. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται στις εικόνες 9.6 και 9.7. Όπως βλέπουμε, ο πρώτος πίνακας παρουσιάζει τις απόλυτες συχνότητες (count), τις αναμενόμενες συχνότητες (Expected Count), τις σχετικές συχνότητες (% of Total) και τα τυποποιημένα υπόλοιπα (Residual), τα οποία δείχνουν τις τυπικές τιμές (z) των αποκλίσεων μεταξύ πραγματικής και αναμενόμενης συχνότη-

τας κάθε φαινίου⁴. Προσέξτε επίσης ότι δίπλα σε κάθε συχνότητα υπάρχει ένας δείκτης “a”. Οι δείκτες αυτοί έχουν σημειωθεί επειδή επιλέξαμε το [Compare column proportions] και είναι ίδιοι για όλα τα φαινία επειδή δεν υπάρχουν στατιστικώς σημαντικές διαφορές μεταξύ των φαινίων. Στην περίπτωση που εντοπιζόνταν σημαντικές διαφορές, τότε οι δείκτες θα ήταν διαφορετικοί.

Στους δύο επόμενους πίνακες (βλ. εικόνα 9.7) περιλαμβάνονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης. Στον πρώτο πίνακα κοιτάζουμε πάλι στην πρώτη σειρά: Pearson Chi-Square.

Κάτω από τον πρώτο πίνακα υπάρχει μία σημείωση, η οποία μας πληροφορεί ότι «0 φαινία έχουν αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη από 5». Πρόκειται για τον έλεγχο μιας από τις προϋποθέσεις εφαρμογής του κριτηρίου χ^2 . Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με αυτό τον έλεγχο, βλ. στην ενότητα 9.5. Ο δεύτερος πίνακας περιλαμβάνει τις τιμές των συντελεστών ϕ και Cramer's V (ο σωστός τρόπος να αναφερθούμε σε αυτόν είναι Cramer's ϕ). Ο πρώτος εφαρμόζεται σε πίνακες διπλής εισόδου 2×2 (επομένως εδώ δεν έχει νόημα) και ο δεύτερος θα πρέπει να αναφερθεί ως εξής: $\phi_c = 0,19$. Αν λάβουμε υπόψη ότι μπορεί να πάρει τιμές μεταξύ 0 και 1, τότε έχουμε μία μικρή σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών.

4. Εφόσον μία τιμή z είναι μεγαλύτερη από $\pm 1,96$, τότε είναι στατιστικώς σημαντική σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

method * performance Crosstabulation

			performance			
			Low	Medium	High	Total
method	New	Count	6a	15a	23a	44
		Expected Count	8,2	11,8	24,0	44,0
		% of Total	7,0%	17,4%	26,7%	51,2%
		Standardized Residual	-,8	,9	-,2	
	Traditional	Count	10a	8a	24a	42
		Expected Count	7,8	11,2	23,0	42,0
		% of Total	11,6%	9,3%	27,9%	48,8%
		Standardized Residual	,8	-1,0	,2	
Total		Count	16	23	47	86
		Expected Count	16,0	23,0	47,0	86,0
		% of Total	18,6%	26,7%	54,7%	100,0%

Each subscript letter denotes a subset of performance categories whose column proportions do not differ significantly from each other at the ,05 level.

EIKONA 9.6 Ο πίνακας διπλής εισόδου για τις δύο μεταβλητές

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	3,107 ^a	2	,212
Likelihood Ratio	3,150	2	,207
Linear-by-Linear Association	,099	1	,753
N of Valid Cases	86		

a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 7,81.

Symmetric Measures

		Value	Approximate Significance
Nominal by Nominal	Phi	,190	,212
	Cramer's V	,190	,212
N of Valid Cases		86	

EIKONA 9.7 Αποτελέσματα του χ^2 για τον έλεγχο ανεξαρτησίας δύο μεταβλητών.

**** ΣΗΜΕΙΟ ΓΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗ**

Η αναφορά στους δύο αυτούς συντελεστές έχει νόημα μόνο όταν το αποτέλεσμα του χ^2 είναι στατιστικώς σημαντικό (κάτι που δεν συνέβη στο παράδειγμά μας).

9.4.3. Υπολογισμός του χ^2 για τον έλεγχο ανεξαρτησίας δύο μεταβλητών στο R

```
# φορτώνουμε τα ακόλουθα πακέτα
library(foreign)
library(vcd)

# Διαβάζουμε τα δεδομένα του κεφαλαίου από το αρχείο και τα αποδίδουμε στο πλαίσιο
# δεδομένων ch9.2
ch9.2<-read.spss('chapter9_2.sav', to.data.frame=T)

# Αναδιάταξη του παράγοντα «performance» ώστε να είναι σε σειρά επίδοσης
ch9.2$performance<-ordered(ch9.2$performance, levels=c("Low", "Medium", "High"))

# Βασικός έλεγχος του πλαισίου δεδομένων
str(ch9.2)
summary(ch9.2)

# Πίνακας διπλής εισόδου των δύο μεταβλητών του πλαισίου
table(ch9.2)->t

# Αθροίσματα περιθωρίου σειρών
srow<-apply(t,1,sum)

# Αθροίσματα περιθωρίου στηλών
scol<-apply(t,2,sum)

# Συνολικό άθροισμα συχνοτήτων
sall<-sum(t)

# Υπολογισμός αναμενόμενων συχνοτήτων από το πηλίκο των γινομένων των αθροισμάτων
# περιθωρίου σειρών δια του συνόλου
e2<-matrix(srow,nrow=2,ncol=3,byrow=F)*matrix(scol,nrow=2,ncol=3,byrow=T)/sall

# Προαιρετικά, προσδιορισμός ετικετών του πίνακα αναμενόμενων τιμών
rownames(e2)<-rownames(t)
colnames(e2)<-colnames(t)
```

```

# Στρογγυλοποιημένες αναμενόμενες τιμές
round(e2,2)

# Υπολογισμός του κριτηρίου  $\chi^2$  βάσει του γενικού τύπου
chisq<-sum( (t-e2)^2 / e2 )

# Οι βαθμοί ελευθερίας είναι το γινόμενο των β.ε. ανά μεταβλητή
df<-(nrow(t)-1)*(ncol(t)-1)

# Πιθανότητα υπέρβασης της υπολογισμένης τιμής του κριτηρίου
pch1<-1.0-pchisq(chisq,df)

# Απευθείας υπολογισμός του κριτηρίου  $\chi^2$  χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση chisq.test
chisq.test(table(ch9.2))>cht

# Παρατηρούμενες και αναμενόμενες τιμές, κατάλοιπα, και όλες οι πληροφορίες του κριτηρίου
cht$observed
round(cht$expected,1)
round(cht$residuals,1)
cht

# Άλλοι συντελεστές της σχέσης μεταξύ των μεταβλητών, από τη βιβλιοθήκη vcd
assocstats(table(ch9.2))

```

9.4.4. Παρουσίαση των αποτελεσμάτων του κριτηρίου χ^2 για δύο ποιοτικές μεταβλητές

Μετά την ολοκλήρωση των υπολογισμών, προχωρούμε στη στατιστική παρουσίαση και στην ερμη-

νεία του αποτελέσματος που βρήκαμε. Σύμφωνα, λοιπόν, με τα πρότυπα παρουσίασης της 7ης έκδοσης του εγχειριδίου δημοσιεύσεων (Publication Manual) της American Psychological Association (APA), το αποτέλεσμα από την παραπάνω ανάλυση διατυπώνεται ως εξής:

Αναφορά αποτελεσμάτων σύμφωνα με τα πρότυπα παρουσίασης του Εγχειριδίου Δημοσιεύσεων της Αμερικανικής Ψυχολογικής Εταιρείας (APA, 7η έκδοση)

Για να διαπιστώσουμε αν υπάρχει σχέση μεταξύ της μεθόδου διδασκαλίας (παλαιάς και νέας) και της επίδοσης των μαθητών (χαμηλή, μέτρια, και υψηλή), εφαρμόστηκε το χ^2 για τον έλεγχο ανεξαρτησίας των δύο μεταβλητών. Από τα αποτελέσματα διαπιστώθηκε ότι δεν μπορούμε να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση [$\chi^2(2) = 3,11, p = 0,212$]. Συμπερασματικά, τα ευρήματα του ερευνητή δεν είναι επαρκή για να πείσουν ότι υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ των μεταβλητών της διδακτικής μεθόδου και της επίδοσης των μαθητών (οι μεταβλητές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους).

9.4.5. Η περίπτωση των δύο μεταβλητών με δύο κατηγορίες (2 × 2)

Όταν ο πίνακας διπλής εισόδου που σχηματίζεται με τα δεδομένα της έρευνάς μας έχει δύο στήλες και δύο γραμμές, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό του χ^2 τον ακόλουθο τύπο, ο οποίος δεν απαιτεί τον υπολογισμό των αναμενόμενων τιμών του κάθε φαινομένου:

$$\chi^2 = \frac{N(AD - BG)^2}{(A + B)(\Gamma + \Delta)(A + \Gamma)(B + \Delta)},$$

όπου

A, B, Γ & Δ = οι πραγματικές συχνότητες σε καθένα από τα 4 φαινόματα του πίνακα, και

N = ο συνολικός αριθμός των συμμετεχόντων.

9.4.6. Η κατάτμηση του χ^2

Δεν υπάρχει καμία δυσκολία στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων του χ^2 όταν ο πίνακας διπλής εισόδου αποτελείται από δύο στήλες και δύο γραμμές. Το χ^2 σε αυτή την περίπτωση δείχνει αν οι δύο μεταβλητές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους ή όχι. Ωστόσο, αν ο πίνακας διπλής εισόδου είναι μεγαλύτερος (π.χ., 2 × 3, όπως στο ερευνητικό παράδειγμα που παρουσιάστηκε στην ενότητα 9.4.1, όπου είχαμε δύο ομάδες και τρεις κατηγορίες επίδοσης), τότε είναι σχετικά αβέβαιο τι σημαίνει μία στατιστικώς σημαντική τιμή χ^2 : Σημαίνει ότι και οι τρεις κατηγορίες είναι διαφορετικές μεταξύ τους, ή μήπως ότι μόνο οι κατηγορίες 1 και 2 είναι διαφορετικές (ή μόνο οι κατηγορίες 1 και 3, ή μόνο οι κατηγορίες 2 και 3);

Μία απόλυτα σωστή στατιστική διαδικασία είναι η κατάτμηση του αρχικού χ^2 σε έναν αριθμό επιμέρους τεστ (2 × 2) προκειμένου να εκτιμηθεί με ακρίβεια το πού εντοπίζονται οι στατιστικώς σημαντικές διαφορές. Σύμφωνα με τα παραπάνω, για τα δεδομένα του πίνακα 9.3 (και εφόσον το αποτέλεσμα της στατιστικής ανάλυσης υποδεικνύει την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης) πρέπει να πραγματοποιηθούν τρία επιμέρους χ^2 : το πρώτο μεταξύ χαμηλής και μέτριας επίδοσης, το δεύτερο μεταξύ χαμηλής και υψηλής επίδοσης και το τρίτο μεταξύ

μέτριας και υψηλής επίδοσης των μαθητών. Και τα τρία αυτά επιμέρους κριτήρια χ^2 έχουν ένα βαθμό ελευθερίας (εφόσον πρόκειται για πίνακες 2 × 2), και η πραγματοποίησή τους μας δίνει τη δυνατότητα να αποφασίσουμε με ακρίβεια πού εντοπίζονται οι διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων διδασκαλίας και των τριών διαφορετικών επιπέδων επίδοσης των μαθητών.

Η μόνη δυσκολία έγκειται στο επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που χρησιμοποιούμε. Επειδή εκτελούμε τρία επιμέρους κριτήρια χ^2 , το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που θα επιλέξουμε πρέπει να «διορθωθεί» λαμβάνοντας υπόψη το πλήθος των κριτηρίων που θα πραγματοποιήσουμε (βλ. ενότητα 14.2.2 για τη λογική αυτής της διαδικασίας). Με άλλα λόγια, αν υποθέσουμε ότι επιλέγουμε το επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$, πρέπει να το διαιρέσουμε με το τρία ($0,05/3 = 0,017$), και στη συνέχεια να εξετάσουμε αν καθένα από τα τρία κριτήρια είναι στατιστικώς σημαντικό σε αυτό το επίπεδο ($\alpha = 0,017$), προκειμένου να αναφέρουμε ότι είναι σημαντικό σε επίπεδο $\alpha = 0,05$. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται διόρθωση Bonferroni.

9.5. Περιορισμοί στη χρήση του χ^2

Παρά το γεγονός ότι το χ^2 είναι ένα μη παραμετρικό στατιστικό κριτήριο, υπάρχουν αρκετές προϋποθέσεις που πρέπει να ικανοποιούνται προκειμένου να μπορέσουμε να το χρησιμοποιήσουμε. Δυστυχώς, πολλοί ερευνητές αγνοούν ή αδιαφορούν για τις προϋποθέσεις και τους περιορισμούς αυτούς, καθιστώντας το χ^2 μία στατιστική δοκιμασία με ένα από τα υψηλότερα ποσοστά λανθασμένης χρήσης. Το χειρότερο μάλιστα είναι ότι ακόμη και τα διάφορα εγχειρίδια στατιστικής διαφωνούν ως προς αυτές τις προϋποθέσεις.

Οι τρεις πρώτοι περιορισμοί είναι ξεκάθαροι, αν και πολύ συχνά διαπιστώνει κανείς ότι παραβιάζονται. Κατ' αρχάς, οι συμμετέχοντες πρέπει να εμφανίζονται μία μόνο φορά (σε ένα μόνο φαινόμενο) στον πίνακα διπλής εισόδου. Δηλαδή, δεν επιτρέπεται να περιλαμβάνονται δύο παρατηρήσεις από το ίδιο άτομο στον πίνακα, ούτε όμως και να παραλείπονται δεδομένα από κάποιο συμμετέχοντα. Σε μία μόνο περίπτωση μπορεί να παραβιαστεί αυτός ο περιορισμός: όταν όλα τα δεδομένα που έχουν συγκεντρωθεί αφορούν στο ίδιο άτομο.

Ο δεύτερος κανόνας ορίζει με σαφήνεια ότι στα φατνία του πίνακα πρέπει να εμφανίζονται πραγματικές συχνότητες και όχι ποσοστά ή αναλογίες. Ωστόσο, το ερώτημα που προκύπτει είναι το εξής: Πώς είναι δυνατόν να βλέπουμε τόσο συχνά τη χρήση του χ^2 με ποσοστά; Η απάντηση μπορεί να είναι είτε ότι ο ερευνητής το εφαρμόζει λανθασμένα πάνω στα ποσοστά (σε μία τέτοια περίπτωση δεν παίρνει μία έγκυρη τιμή του χ^2 και το τεστ στο σύνολό του δεν έχει καμία αξία), είτε πρώτα μετέτρεψε τα ποσοστά σε συχνότητες (εφόσον γνώριζε το συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων) και στη συνέχεια εφήρμοσε το χ^2 πάνω στις συχνότητες.

Τρίτον, το σύνολο των αναμενόμενων συχνοτήτων πρέπει να είναι ίσο με το σύνολο των πραγματικών συχνοτήτων. Με άλλα λόγια, πρέπει να προσέχουμε ιδιαίτερα κατά τον υπολογισμό των αναμενόμενων συχνοτήτων, γιατί ένα σφάλμα σε αυτό το στάδιο έχει σημαντικές επιπτώσεις στον υπολογισμό της τιμής του χ^2 .

Τέλος, υπάρχει ένας τέταρτος περιορισμός ο οποίος έχει προκαλέσει πάρα πολλές διαφωνίες μεταξύ των επιστημόνων. Έχει να κάνει με την περίπτωση κατά την οποία σε ορισμένα φατνία του πίνακα διπλής εισόδου οι αναμενόμενες συχνότητες είναι χαμηλές. Το χ^2 βασίζεται εν μέρει στην υπόθεση ότι, αν ένα πείραμα επαναλαμβανόταν άπειρες φορές με τον ίδιο αριθμό συμμετεχόντων, οι πραγματικές συχνότητες σε κάθε φατνίο του πίνακα θα σχημάτιζαν κανονική κατανομή γύρω από την αναμενόμενη συχνότητα.

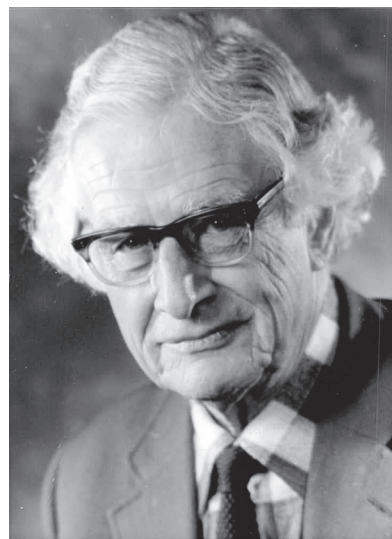
Όταν όμως η αναμενόμενη συχνότητα είναι πολύ χαμηλή (π.χ., 1), δεν είναι δυνατόν οι πραγματικές συχνότητες να σχηματίσουν κανονική κατανομή γύρω από αυτήν. Το πρόβλημα έγκειται στο γεγονός ότι, ενώ όλοι συμφωνούν πως ένας μεγάλος αριθμός χαμηλών αναμενόμενων συχνοτήτων αυξάνει σημαντικά τον κίνδυνο για ένα σφάλμα Τύπου I, όταν πρέπει να δοθεί απάντηση στο ερώτημα ποια μπορεί να θεωρηθεί χαμηλή αναμενόμενη συχνότητα αλλά και ποιος είναι ένας μεγάλος αριθμός από τέτοιες συχνότητες, διατυπώνονται πολλές διαφορετικές απόψεις. Οι απαντήσεις που δίνονται στα ερωτήματα αυτά από τα διάφορα εγχειρίδια στατιστικής είναι τόσες όσα σχεδόν και τα εγχειρίδια, ενώ αποτελούν ακόμη αντικείμενο συζήτησης στα επιστημονικά περιοδικά του χώρου. Οι απόψεις δίστανται σε πολύ μεγάλο βαθμό, και

στο παρόν βιβλίο καταβλήθηκε προσπάθεια να συμβιβαστούν και να συνοψιστούν στο σύνολό τους στις ακόλουθες τρεις συμβουλές:

1. Οι αναμενόμενες συχνότητες εξαρτώνται απόλυτα από το πλήθος των συμμετεχόντων στην έρευνα που έχει πραγματοποιηθεί. Επομένως, ο απλούστερος και συγχρόνως ασφαλέστερος τρόπος για να αποφευχθεί το πρόβλημα είναι να καταβληθεί προσπάθεια ώστε να συγκεντρωθούν δεδομένα από αρκετούς συμμετέχοντες (τουλάχιστον 20 για κάθε φατνίο του πίνακα διπλής εισόδου).
2. Όταν ο πίνακας διπλής εισόδου είναι μικρός (9 ή λιγότερα φατνία), όλες οι αναμενόμενες συχνότητες θα πρέπει να είναι ίσες ή μεγαλύτερες του 5 (Howell, 2013).
3. Αν έχουμε περισσότερους από 20 συμμετέχοντες, το χ^2 δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί, εφόσον τρία ή περισσότερα φατνία έχουν αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη από 5 (Coulman, 2019).

9.6. Η κληρονομιά του Yates: Να διορθώσουμε ή όχι;

Πολλά στατιστικά εγχειρίδια περιλαμβάνουν τη **διόρθωση Yates** (Yates' correction, από το όνομα του επιστήμονα ο οποίος και την πρότεινε το 1934), η οποία γίνεται κατά τη διαδικασία υπολογισμού του χ^2 όταν υπάρχει μόνο ένας βαθμός ελευθερίας



Frank Yates (1902-1994).

(δηλαδή στην περίπτωση 2×2 , αλλά και 1×2). Ο λόγος για τον οποίο προέκυψε αυτή η διόρθωση σχετίζεται με την άποψη ότι το χ^2 δεν είναι πολύ ασφαλές στην περίπτωση του ενός βαθμού ελευθερίας, όπου και είναι αυξημένες οι πιθανότητες σφάλματος Τύπου I.

Στην περίπτωση αυτή το χ^2 υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο:

$$\chi^2 = \sum \frac{(|\Pi - A| - 0,5)^2}{A},$$

όπου

$|\Pi - A|$ = η απόλυτη τιμή (η τιμή χωρίς πρόσημο) της διαφοράς της πραγματικής συχνότητας Π από την αναμενόμενη συχνότητα A για καθεμία από τις κατηγορίες της μεταβλητής.

Επομένως, η διαφορά μεταξύ πραγματικής και αναμενόμενης συχνότητας για κάθε φαντίο μειώνεται κατά 0,5 πριν υψωθεί στο τετράγωνο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μία μικρότερη τιμή χ^2 και μικρότερες πιθανότητες για ένα σφάλμα Τύπου I. Για παράδειγμα, αν εφαρμόσουμε τη διόρθωση Yates στα δεδομένα του πίνακα 9.3, η τιμή χ^2 που θα προκύψει είναι 21,78 (ενώ η τιμή χ^2 πριν τη διόρθωση ήταν 23,12).

Σήμερα, ωστόσο, πολλοί στατιστικολόγοι (Bradley και συν., 1979. Camilli & Hopkins, 1978, 1979. Overall, 1980) θεωρούν τη διόρθωση Yates πολύ «συντηρητική» (η διόρθωση που κάνει στο χ^2 είναι πολύ μεγάλη) και υποστηρίζουν ότι μπορεί να οδηγήσει αντίστοιχα σε ένα σφάλμα Τύπου II (για μία πιο διεξοδική συζήτηση αυτού του θέματος, βλ. Howell, 2013).

Το SPSS υπολογίζει αυτόματα μία επιπλέον σειρά αποτελεσμάτων στην περίπτωση πινάκων 2×2 , η οποία παρουσιάζει τα αποτελέσματα της διόρθωσης αυτής (Continuity Correction).

9.7. Η χρήση του χ^2 για τη σύγκριση ποσοστών

Το στατιστικό κριτήριο χ^2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη σύγκριση ποσοστών, με την προϋπόθεση, ωστόσο, ότι γνωρίζουμε το μέγεθος του

δείγματος. Σε αυτή την περίπτωση, επιβάλλεται να μετατρέψουμε τα ποσοστά σε συχνότητες. Είναι ανάγκη να τονιστεί ότι η εφαρμογή του χ^2 κατευθείαν στα ποσοστά δεν είναι σωστή διαδικασία (παρά το γεγονός ότι ορισμένοι ερευνητές κάνουν συχνά αυτό το λάθος).

Ας υποθέσουμε, λοιπόν, ότι 124 αγόρια και 153 κορίτσια πήραν μέρος σε ένα πείραμα, κατά το οποίο τους ζητήθηκε να λύσουν ένα πρόβλημα. Στον πίνακα 9.5.α που ακολουθεί παρουσιάζονται τα ποσοστά επιτυχίας των αγοριών και των κοριτσιών.

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.5α Ποσοστιαία δεδομένα του πειράματος

	Αγόρια	Κορίτσια
Σωστή λύση	21%	28%
Λανθασμένη λύση	79%	72%
Σύνολο	100%	100%

Η **μηδενική υπόθεση** την οποία ο ερευνητής καλείται να ελέγξει είναι: Οι πιθανότητες να δοθεί μία σωστή ή μία λανθασμένη λύση είναι ίδιες τόσο για τα αγόρια όσο και για τα κορίτσια. Αντίστοιχα, η **εναλλακτική υπόθεση** έχει ως εξής: Οι πιθανότητες να δοθεί μία σωστή ή μία λανθασμένη λύση δεν είναι ίδιες για τα αγόρια και τα κορίτσια.

Οι τιμές του πίνακα 9.5β υπολογίστηκαν με βάση τα ήδη γνωστά σύνολα των αγοριών και των κοριτσιών που πήραν μέρος στο πείραμα (124 και 153, αντίστοιχα) και τα ποσοστά που παρουσιάζονται στον πίνακα 9.5α. Για παράδειγμα, η πραγ-

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.5β Τα δεδομένα του πειράματος ύστερα από τη μετατροπή τους σε συχνότητες

	Αγόρια	Κορίτσια	Σύνολο
Σωστή λύση	26 (30,9)	43 (38,1)	69
Λανθασμένη λύση	98 (93,1)	110 (114,9)	208
Σύνολο	124	153	277

Σημείωση: Οι τιμές στις παρενθέσεις είναι οι αναμενόμενες συχνότητες.

ματική συχνότητα του πρώτου φατνίου (αγόρια που έδωσαν σωστή λύση) υπολογίζεται ως εξής:

$$\Pi = \frac{\text{ποσοστό} \times \text{συνολικός αριθμός αγοριών}}{100} = \frac{21 \times 124}{100} = 26$$

Τα δεδομένα του πίνακα 9.5β περιέχονται στο αρχείο chapter9_4.sav. Ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράψαμε στις ενότητες 9.4.2 ή 9.4.3, μπορείτε να υπολογίσετε την τιμή του κριτηρίου χ^2 με το SPSS ή το R, αντίστοιχα. Με βάση το αποτέλεσμα που προκύπτει από την εφαρμογή του κριτηρίου [$\chi^2(1) = 1,87, p = 0,209$], πρέπει να απορρίψουμε την ερευνητική υπόθεση και να συμπεράνουμε ότι οι δύο μεταβλητές (φύλο και λύση) είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Ανακεφαλαίωση

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάσαμε το στατιστικό κριτήριο χ^2 , το οποίο χρησιμοποιείται για την ανάλυση κατηγορικών δεδομένων. Αρχικά εξετάσαμε το χ^2 ως δείκτη προσαρμογής, δηλαδή τη χρήση του για τη σύγκριση συχνοτήτων που προέρχονται από μία μεταβλητή μόνο. Στη συνέχεια παρουσιάσαμε τη χρήση του χ^2 για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας δύο μεταβλητών, η οποία αποτελεί και την περίπτωση όπου το χ^2 χρησιμοποιείται συχνότερα. Το κεφάλαιο ολοκληρώθηκε με την παρουσίαση των προϋποθέσεων που πρέπει να πληρούνται (αναφορικά με τη φύση των δεδομένων, το πλήθος του δείγματος και των αναμενόμενων συχνοτήτων) ώστε ο υπολογισμός του χ^2 να είναι έγκυρος.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ

Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2013). *Using Multivariate Statistics* (6th ed.). Pearson.

Βασικοί όροι

Στατιστικό κριτήριο χ^2 (chi-square test): Στατιστικό κριτήριο που χρησιμοποιείται για την ανάλυση ποιοτικών δεδομένων.

χ^2 ως κριτήριο καλής προσαρμογής (chi-square as a 'goodness-of-fit' test): Η χρήση του στατιστικού κριτηρίου χ^2 για την ερμηνεία συχνότητας κατηγοριών που προέρχονται από μία κατηγορική μεταβλητή.

χ^2 ως κριτήριο ανεξαρτησίας (chi-square as a test of independence): Η χρήση του στατιστικού κριτηρίου χ^2 για την ερμηνεία συχνότητας κατηγοριών που προέρχονται από δύο κατηγορικές μεταβλητές.

Πραγματικές συχνότητες (observed frequencies): Οι συχνότητες που παρατηρήθηκαν κατά τη διεξαγωγή της έρευνας.

Αναμενόμενες συχνότητες (expected frequencies): Οι τιμές των συχνοτήτων που θα εμφανίζονταν αν ίσχυε η μηδενική υπόθεση.

Πίνακας διπλής εισόδου (contingency table): Πίνακας στον οποίο κάθε τιμή ταξινομείται ως προς δύο μεταβλητές ταυτόχρονα.

Διόρθωση Yates (Yates correction): Τροποποίηση στον υπολογισμό του χ^2 όταν οι βαθμοί ελευθερίας είναι 1.

Ασκήσεις κατανόησης

1. Μία ερευνήτρια θέλει να μελετήσει τη σχέση ανάμεσα στο σωματικό βάρος και στη χώρα προέλευσης. Για να μετρήσει το βάρος των

συμμετεχόντων χρησιμοποιεί το βάρος σε κιλά. Μπορεί η ερευνήτρια να χρησιμοποιήσει το κριτήριο χ^2 για να ελέγξει την υπόθεσή της;

2. Το μέγεθος της οικογένειας (3μελής, 4μελής, 5μελής, 6μελής) επηρεάζει την ικανότητα ανάγνωσης (υψηλή, μέτρια, χαμηλή). Είναι αυτή μία ορθή εναλλακτική υπόθεση για να εξεταστεί με τη χρήση του κριτηρίου χ^2 ;
3. Ποια η διαφορά ανάμεσα στις πραγματικές και στις αναμενόμενες συχνότητες; Γιατί είναι σημαντικές για τον υπολογισμό του κριτηρίου χ^2 ;
4. Σύμφωνα με τη θεωρία, αν οι πραγματικές συχνότητες μιας μεταβλητής είναι τυχαίες, ποια θα πρέπει να είναι η σχέση τους με τις αναμενόμενες συχνότητες;
5. Αν θέλουμε να διαπιστώσουμε κατά πόσο η κατανομή που έχει το δείγμα μας πλησιάζει την κατανομή που θα αναμέναμε να είχε σύμφωνα με τη θεωρία μας, ποιον τύπο κριτηρίου χ^2 θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε;
6. Πότε χρησιμοποιούμε το κριτήριο χ^2 ως κριτήριο ανεξαρτησίας;
7. Ένας ερευνητής θέλει να μελετήσει τη σχέση ανάμεσα στην επαγγελματική καθοδήγηση (υπάρχει – δεν υπάρχει) και στη σιγουριά που νιώθει

το άτομο για την επαγγελματική του επιλογή (έχει – δεν έχει). Η ανάλυση έδειξε στατιστικώς σημαντικό αποτέλεσμα. Τι συμπεραίνετε για τη σχέση μεταξύ των δύο αυτών μεταβλητών;

8. Μία ερευνήτρια θέλησε να μελετήσει τη σχέση μεταξύ νέων πτυχιούχων και ανεργίας. Για τον σκοπό αυτό ζήτησε τα δεδομένα από την Ελληνική Στατιστική Αρχή. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα στοιχεία που της έδωσαν. Μπορεί να χρησιμοποιήσει το κριτήριο χ^2 ;

Άνεργοι	Εργαζόμενοι
38%	62%

9. Ποιο πρόβλημα υπάρχει όταν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο χ^2 για τη σύγκριση ενός πίνακα διπλής εισόδου 2×2 ; Πώς θα αντιμετωπίσαμε ένα τέτοιο πρόβλημα;
10. Ποιο είναι πιο ισχυρό στατιστικό κριτήριο για τη μελέτη της επίδρασης μιας ανεξάρτητης μεταβλητής στην εξαρτημένη: το κριτήριο χ^2 ή το κριτήριο t ;